Всероссийская олимпиада школьников по физике

2020 - 2021 учебный год

Муниципальный этап

Свердловская область

1. **класс**

**РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ**

**1.Танзанийский эвкалипт**

Самым быстрорастущим деревом на планете Земля является эвкалипт, уроженец Австралии и острова Тасмания. В первые 10 лет своей жизни это дерево растет очень быстро, ежегодно увеличиваясь в росте на 4 - 5 метров. К вековому возрасту эвкалипт может достигать высоты 100 м.

В одном из национальных парков Танзании в течение 30 лет проводили наблюдения за растущим эвкалиптом. В один и тот же день с периодичностью раз в год измерялась высота дерева, результаты измерения приведены в таблице:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Возраст, годы | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Высота, м | 3,80 | 7,90 | 12,0 | 16,1 | 20,0 | 23,8 | 28,2 | 32,4 | 36,1 | 39,8 | 43,2 | 46,1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 48,4 | 50,0 | 51,4 | 52,4 | 53,3 | 54,0 | 54,8 | 55,4 | 56,0 | 56,7 | 57,3 | 57,8 | 58,8 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 59,9 | 60,4 | 60,9 | 61,4 | 62,0 |

Обозначим высоту эквалипта *H*, его возраст *t*. Используя результаты наблюдений, постройте график зависимости *H(t)*.

По графику:

-укажите участки, на которых рост эвкалипта является равномерным, где он растет неравномерно;

- определите максимальную скорость роста дерева и минимальную скорость роста. Ответы выразите в м/год и мм/сутки.

В предположении, что после 30 лет скорость роста эвкалипта остается постоянной, определите его высоту в возрасте 100 лет;

Представьте себе, что эвкалипт растет всегда с такой же скоростью, как в начале жизни. Какой высоты он в этом случае достиг бы к возрасту 100 лет?

**Решение:**

По данным строим график *H(t)* (см.рисунок).

На графике четко выделяются три участка:

- первый (начало графика), возраст дерева от 0 до 10 - 11 лет, рост является равномерным, скорость роста постоянна;

- второй участок, примерно от 10 до 15 лет, скорость роста замедляется, рост не равномерный;

- после 15 лет скорость роста опять становится постоянной, рост дерева равномерный.

По графику определим максимальную скорость роста эквалипта *Vmax*. По точкам (от 0 до 10 лет) проводим прямую, определяем угловой коэффициент наклона прямой – за 10 лет рост увеличился на 40 метров, поэтому

$$V\_{max}=\frac{40}{10}=4 \left(^{м}/\_{год}\right).$$

Переведем скорость в миллиметры в сутки:

$$V\_{max}=4 м/год= \frac{4000}{365} мм/сут=11 мм/сут.$$

По графику определим максимальную скорость роста эквалипта *Vmin*. По точкам (от 15 до 30 лет) проводим прямую, определяем угловой коэффициент наклона прямой – за эти 15 лет рост увеличился примерно на (62,5-51,5) метров, поэтому

$$V\_{min}=\frac{62,5-51,5}{15}=0,73 \left(^{м}/\_{год}\right).$$

Переведем скорость в миллиметры в сутки:

$$V\_{min}=0,73 м/год= \frac{730}{365} мм/сут=2 мм/сут.$$

Определим, каким был бы рост эвкалипта, если бы он рос всегда с максимальной скоростью, как в первые 10 лет

$$H\_{1}=4∙100=400 м.$$

Определим высоту эвкалипта к 100 годам в случае, если первые 30 лет он растет так, как показывают наблюдения, а после 30 лет скорость роста эквалипта остается прежней. К 30 годам дерево имеет высоту 62 метра, далее в течение 70 лет он прибавляет по 0,73 м ежегодно

$$H\_{2}=62+0,73∙70=113,1 м.$$

**Критерии проверки:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Построение графика *- оси подписаны и оцифрованы* *- удобный масштаб по осям;* *- точки расставлены верно и различимы;* *- график занимает не менее 70% предложенного листа* | До 2 баллов*0,5 балл**0,5 балл**0,5 балл**0,5 балл* |
| 2 | Выделение участков равномерного и неравномерного роста дерева | До 2 баллов |
| 3 | Определение максимальной скорости роста эвкалипта *- метры в год* *- мм в сутки* | До 2 баллов*1 балл**1 балл* |
| 4 | Определение минимальной скорости роста эвкалипта *- метры в год (значения от 0,68 до 0, 75 м/год)* *- мм в сутки (0,19 – 0,21 мм/сутки)* | До 2 баллов*1 балл**1 балл* |
| 4 | Определение высоты эвкалипта в возрасте 100 лет в случае роста с максимальной скоростью  | 1 балл |
| 5 | Определение высоты эвкалипта в возрасте 100 лет в предположении, что после 30 лет скорость роста эвкалипта остается постоянной, определите его высоту в возрасте 100 лет (от 110 до 115 метров) | 1 балл |

**2. Две вазы**

Есть две вазы одинаковой высоты *Н* – одна в сечении имеет квадрат со стороной *а* , у второй вазы с стенки кверху расширяются, таким образом, что нижнее основание вазы – это квадрат со стороной *а*, верхнее – прямоугольник со сторонами *а* и *a + 2b* (см.рис.). Ваза с квадратной площадью поперечного сечения полностью заполняется за время *τ0*. Ваза с расширяющимися кверху стенками полностью заполняется за время *τ* при такой же скорости поступления воды.

Определить *b*.

Считать, что вода поступает равномерно.

**РЕШЕНИЕ:**

Ваза с квадратным сечением имеет объём

$$V\_{0}=a^{2}∙H.$$

Обозначим объём, поступающий в вазу за единицу времени *w*. Тогда время заполнения вазы *τ0* связано с w следующим соотношением

$$w=\frac{a^{2}∙H}{τ\_{0}}.$$

Определим объём расширяющейся вазы. Это легко сделать, если понять, что ее объем равен объему вазы с постоянной по высоте площадью поперечного сечения, причем сечение этой вазы – прямоугольник со сторонами *a* и *a + b* (см. поясняющий рисунок, выделенные серым цветом объемы одинаковы). Тогда объем этой вазы равен

$$V=a∙\left(a+b\right)∙H.$$

Так как скорость заполнения такая же, как в первом случае, то

$$V=w∙τ.$$

Приравняем два выражения для объема расширяющейся вазы и подставим скорость заполнения в последнее, получим

$$\frac{a^{2}∙H}{τ\_{0}}∙τ=a∙\left(a+b\right)∙H.$$

Проделаем алгебраические преобразования, найдём b

$$b=a\frac{τ-τ\_{0}}{τ\_{0}}.$$

**Критерии проверки:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Найден объем вазы с квадратным сечением | 1 балл |
| 2 | Найдена скорость заполнения вазы (объем воды, поступающий в вазу в единицу времени) | 1 балл |
| 3 | Определение объема расширяющейся вазы через геометрические соображения | До 4 баллов |
| 4 | Определение объема вазы с учетом скорости и времени заполнения  | 1 балл |
| 4 | Проделаны алгебраические преобразования, найдено *b* | 3 балла |

**3.Красочный автомат**

На производстве установлен автомат, наносящий краской разметку на ленту. Лента может двигаться только в одном направлении с постоянной скоростью *V*. Автомат выдавливает на движущуюся ленту каплю краски из контейнера, далее отверстие закрывается, через промежуток времени *Δt* = 2 c автомат готов к нанесению следующей капли краски на ленту.

Если автомат неподвижен, то расстояние между ближайшими метками равно *L0* = 10 см. Автомат с краской может двигаться вдоль ленты или против нее с постоянной скоростью, величину которой можно регулировать. При двух различных скоростях движения автомата *U1* и *U2* расстояния между ближайшими метками оказалось *L1* = 6 см и *L2* = 13 см соответственно. Найти *V*, *U1* и *U2*, в двух последних случаях указать направление движения автомата относительно ленты.

**РЕШЕНИЕ:**

Если автомат неподвижен, то расстояние между ближайшими метками равно

$$L\_{0}=V∙∆t.$$

Отсюда определяем скорость движения ленты

$$V=\frac{L\_{0}}{∆t}; V=\frac{10}{2}^{м}/\_{с}=5^{м}/\_{с}.$$

Если автомат движется со скоростью *U*, то расстояние между метками *L* станет другим

$$L=\left|U\pm V\right|∙∆t.$$

Знак «+» ставится в том случае, если автомат движется против направления движения ленты, тогда расстояние между ближайшими метками становится больше. При движении автомата в направлении движения ленты расстояние между метками становится меньше *L0*, в формуле надо поставить знак «-».

 Если расстояние между ближайшими метками равно *L1* = 6 см, то автомат движется в направлении противоположном направлению движения ленты, скорость движения автомата равна

$$L\_{1}=\left(V+U\_{1}\right)∙∆t;$$

$$L\_{1}=V∙∆t+U\_{1}∙∆t=L\_{0}+U\_{1}∙∆t;$$

$$U\_{1}=\frac{L\_{1}-L\_{0}}{∆t}=1,5 ^{cм}/\_{с}.$$

В том случае, когда автомат движется в направлении движения ленты расстояние между метками равно *L2*, скорость движения автомата равна

$$U\_{2}=\frac{L-L\_{2}}{∆t};$$

$$U\_{2}=\frac{10-6}{2}=2 ^{см}/\_{с}.$$

**Критерии проверки:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Определение скорости движения ленты*- найдена между метками для неподвижного автомата**- найдена скорость движения ленты* | 1 балл*0,5 баллов**0,5 баллов* |
| 2 | Записано выражение для расстояния между метками в случае движения автомата для двух разных направлений скоростей либо в одном выражении, либо в отдельных | 4 балла |
| 3 | Найдены обе скорости | 5 баллов |

**4. Гонки**

На испытательном полигоне проводятся парные пробные заезды двух радиоуправляемых машинок. Обе машинки стартуют одновременно. Первая машинка разогналась до максимальной скорости *V1* за время *2τ*, затем двигалась равномерно, потом в ней что-то сломалось, ее скорость начала убывать. График движения первой машинки представлен на рисунке. Вторая машинка половину времени движения равномерно разгонялась до максимальной скорости *V2*, а потом все оставшееся время двигалась с такой скоростью. Вторая машинка пришла к финишу на *2τ* раньше первой. Определить отношение максимальных скоростей машинок $^{V\_{1}}/\_{V\_{2}}.$

**РЕШЕНИЕ:**

 Обозначим длину трассы *L*. Её мы можем определить из графика движения первой машины (проще всего посчитать площадь под графиком)

$$L=\frac{V\_{1}∙2τ}{2}+V\_{1}∙7τ+\frac{V\_{1}+\frac{V\_{1}}{2}}{2}∙τ=\frac{35}{4}V\_{1}∙τ.$$

 Время движения второй машинки равно 8τ, она прошла такой же путь L. Построим график движения второй машинки (график зависимости её скорости от времени и найдем площадь под графиком)

$$L=\frac{V\_{2}∙4τ}{2}+V\_{2}∙4τ=6V\_{2}∙τ.$$

 Так как машинки прошли один и тот же путь, то

$$\frac{35}{4}V\_{1}∙τ=6V\_{2}∙τ.$$

 Из записанного уравнения найдем отношение максимальных скоростей

$$\frac{V\_{1}}{V\_{2}}=\frac{24}{35}.$$

**Критерии проверки:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | Определена длина трассы | 3 балла |
| 2 | Каким-то образом (из графика, либо с использованием формул для равноускоренного движения) записано выражение, связывающее путь, время движения и максимальной скорости | До 5 баллов |
| 3 | Найдено отношение максимальных скоростей | 2 балла |