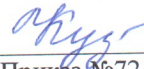


МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Министерство образования и молодёжной политики Свердловской области
Управление образования Администрации муниципального округа Сухой Лог
МБОУ ООШ №9

Рассмотрена на заседании педсовета
«28» августа 2026 г.

Протокол № 1
от «28» августа 2026 г.

Утверждаю
Директор МБОУ ООШ №9

 Н.В. Кузьмина
Приказ №72/1-ОД
от «1» сентября 2026г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
по курсу внеурочной деятельности общеинтеллектуальной направленности

«Практикум по решению олимпиадных задач»

для обучающихся 7-9 классов

(с использованием средств обучения и воспитания центра образования естественно-научной и технической направленностей «Точка роста»)

Разработчик:

Щепеткина Екатерина Владимировна

учитель математики, 1КК

с. Рудянское

2026 год

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических классов или профильных образовательных организаций. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно.

Олимпиадные задачи – это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить приобретенные на уроках знания и умения. Решение любой олимпиадной задачи – это всегда пусть маленькое, но открытие, демонстрирующее красоту математической мысли и позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у каждого ребенка глубину и гибкость мышления, воображение, самостоятельность и трудолюбие, творческие способности, повышает интерес к математике и уровень математической подготовки. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику важно для всех учеников: математически одаренные дети в творческой среде смогут полнее реализовать свой потенциал и вырастить свой математический талант, сохраняя физическое и психическое здоровье, а все остальные – развить свои математические способности и успешнее учиться, что пригодится в любом деле.

Между тем можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы: недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

ЦЕЛИ ИЗУЧЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Целью курса «Олимпиадная математика» является системная подготовка учащихся 1-9 классов к математическим олимпиадам, ориентированная на вовлечение школьников в математическую деятельность, развитие мотивации, мышления, творческих способностей и за счет этого – достижение более высокого уровня их олимпиадной и общей математической подготовки.

Концептуальная идея данного курса состоит в том, чтобы на основе системно-деятельностного подхода разработать педагогический инструментарий (учебное содержание, технологии, методики, методическое обеспечение) непрерывной олимпиадной подготовки по математике в 1-9 классах, организовать обучение и методическое сопровождение учителей,

стремящихся повысить мотивацию и качество математической подготовки своих учеников.

Методологической основой реализации поставленной цели являются следующие принципы:

1) *Принцип развития*, который состоит в том, что олимпиадная подготовка должна быть нацелена прежде всего на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении ими методов олимпиадной математики. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: *«развитие средствами олимпиадной математики каждого ученика»*.

2) *Принцип «выращивания»* состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой стороны, внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели.

3) *Принцип успешности* состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Основными особенностями курса «Олимпиадная математика» являются:

1) системность и непрерывность олимпиадной подготовки учащихся с 1 по 9 класс (на уровне технологий, содержания и методик), ее достаточная полнота;

2) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода;

3) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владения общими подходами к решению нестандартных задач, умения работать в команде и др.;

4) создание творческой, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха;

5) создание единого пространства урока и внеурочной деятельности (синхронизация с непрерывным курсом математики «Учусь учиться» для 1-9 классов и системой математических олимпиад ВсОШ);

6) широкое методическое обеспечение (программа, учебные пособия для детей, подробные решения заданий, методические рекомендации по организации занятий в технологии «Математический театр», сценарии занятий с подробными решениями, презентациями, раздаточными и демонстрационными материалами);

7) методическая поддержка учителей в рамках ИМС «Учусь учиться» (консультации, курсы, сетевые события с демонстрацией открытых занятий, творческие лаборатории и др.).

Каждая из перечисленных особенностей положительным образом влияет на качество олимпиадной подготовки и технологически обеспечивается педагогическими инструментами системы «Учусь учиться» (метод рефлексивной самоорганизации, технология деятельностного метода (ТДМ), система дидактических принципов, метод ролей, технология «Математический театр»).

Ключевым отличием курса «Олимпиадная математика» в сравнении с другими курсами, разработанными в данной области, является опора на общую теорию деятельности ММПК, что позволяет оснастить педагогов практическими инструментами не случайного решения актуальных проблем подготовки школьников к математическим олимпиадам.

МЕСТО КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ

Курс «Олимпиадная математика» является курсом внеурочной деятельности, в ходе его изучения учащиеся проходят 3 этапа.

Программа I этапа (подготовительного) предназначена для учащихся 1-2 классов.

Программа II этапа (ознакомительного) предназначена для учащихся 3-6 классов.

Программа III этапа (практического) предназначена для учащихся 7-9 классов и рассчитана на 102 ч (по 1 ч в неделю в 7, 8 и 9 классах).

ФОРМЫ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Содержание курса «Олимпиадная математика» структурировано в 21 тематическую линию. Эти линии непрерывно развиваются с 1 по 9 класс, достаточно полно представляют традиции олимпиадной подготовки и углубляют знания школьной программы по математике. Выбор содержания осуществляется с опорой на золотой фонд олимпиадной литературы, проверенные временем методы и приемы решения олимпиадных задач.

Содержание курса на каждом этапе обучения учитывает возрастные особенности развития детей.

На III этапе – практический (7-9 классы) увеличивается доля самостоятельности учащихся в применении метода рефлексивной самоорганизации при решении олимпиадных задач. Продолжается отработка базовых приемов и методов олимпиадной математики, но основной задачей становится теперь освоение общих подходов к решению нестандартных задач, применение их к решению более сложных, «многоходовых» задач и переход к самостоятельной разработке новых способов.

Использование технологии «Математический театр» помогает поддерживать в классе творческую среду, окрашенную позитивными эмоциями. При этом роли «мыслителя», овнешняющие умственные действия

при решении нестандартных задач, постепенно переходят во внутренний план, их исполнение автоматизируется и становится прочной базой не только самостоятельного применения новых подходов к решению нестандартных математических задач, но и самостоятельного поиска (например, появляются задачи на дополнительные построения в геометрии, где недостаточно «знать», а нужно «увидеть» новый, неожиданный способ решения). Соответственно, коллективные и групповые формы достижения успеха в решении олимпиадных задач все чаще дополняются индивидуальными. Все это отвечает потребностям детей в познании, открытии, созидании, порождает важное для их познавательной мотивации интеллектуальное удовольствие и уважение к достижениям (своим и других).

В результате прохождения учащимися этих трех этапов открывается возможность не только повысить качество олимпиадной и общей математической подготовки учащихся, но и создать в классе среду уважения к успеху и стремления к успеху, развить их познавательную мотивацию, поддержать психологическое здоровье детей и их личностный рост к наивысшим уровням развития.

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Содержание практического этапа курса «Олимпиадная математика» по каждой из 21 тематических линий преемственно продолжает содержание ознакомительного этапа «Математический театр». Согласовано с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для 7-9 классов общеобразовательной школы.

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

Телескопическое суммирование. Суммы с переменными пределами. Использование формул сокращенного умножения (разность квадратов, кубов), разложения многочленов на множители при вычислении сумм.

Последовательности. Числа Фибоначчи как пример рекуррентного соотношения. Свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием. Примеры задач, при решении которых возникает последовательность Фибоначчи.

Применение арифметической, геометрической прогрессий и их свойств при решении задач. Понятие о рекуррентных соотношениях.

2. Числа и их свойства

Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей. Конструкции с рациональными числами.

Определение иррационального числа. Доказательство иррациональности чисел на примере числа $\sqrt{2}$. Сопряженные иррациональные числа. Умножение выражения на сопряженное. Рациональность и иррациональность суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел. Иррациональность бесконечных непериодических десятичных дробей.

Приложения иррациональных чисел. Иррациональность в алгебраических задачах. Связь между диагональю и стороной квадрата. Невозможность построения правильного треугольника с вершинами в узлах сетки. Применение идей о рациональности и иррациональности в геометрических задачах.

3. Закономерности

Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов. Формулы числовых закономерностей. Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

Метод математической индукции. Формальное введение метода. База, шаг индукции. Доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей) с помощью метода математической индукции. Задачи с шагом, отличным от 1.

Более сложные схемы математической индукции. Индукция со ссылкой на несколько предыдущих элементов. Возвратная схема математической индукции, примеры неправильного применения метода математической

индукции. Использование метода математической индукции при решении геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

Относительное движение. Переход в систему координат, связанную с одним из объектов, движущимся по прямой или по окружности. Движение мимо протяженных объектов. Движение по реке. Задачи о двигающемся эскалаторе.

Задачи на движение с несколькими переменными. Применение неравенства Коши о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел, неравенства Штурма в задачах на движение.

Сведение текстовых задач (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

Задачи на построение. Решение нестандартных задач на построение, нахождение ГМТ. Использование симметрии в задачах на построение. Построение кратчайших путей. Биссектрисы, серединные перпендикуляры как ГМТ.

Решение задач, использующих дополнительные построения: удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности.

Движения плоскости и их использование при решении геометрических задач. Центральная, осевая и скользящая симметрия. Поворот. Параллельный перенос. Гомотетия, поворотная гомотетия.

2. Площади

Формула площади треугольника. Вывод формулы площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки. Вывод формулы площади произвольного треугольника с помощью метода дополнения. Вычисление площадей фигур с помощью разрезов на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

Метод трансформации площадей, основанный на формуле площади треугольника.

Формула Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки. Ее доказательство методом математической индукции и применение в задачах.

3. Геометрические неравенства

Неравенство треугольника и дополнительные построения. Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой,

касающегося этой прямой. Более сложные задачи о кратчайших путях, использующие симметрию и неравенство треугольника.

Неравенство ломаной как обобщение неравенства треугольника. Теорема о монотонности периметра: если внутри одного треугольника находится другой, то периметр внутреннего треугольника меньше периметра внешнего.

Случаи в геометрических задачах. Доказательство правильности дополнительного построения.

4*. Аналитические методы в геометрии

Теорема Пифагора. Доказательства теоремы, основанные на свойствах площадей фигур. Применение теоремы Пифагора при решении задач на разрезание.

Декартовы координаты на плоскости. Метод координат для решения геометрических задач. Векторы, их свойства. Использование векторов в геометрических доказательствах.

Теоремы синусов и косинусов. Их применение в геометрических доказательствах.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

Алгебраические преобразования. Понятие об одночлене, многочлене. Разложение многочленов на множители. Формулы сокращенного умножения и их применение при решении задач.

Многочлены с целыми коэффициентами, их свойства. Свойства коэффициентов многочлена. Теорема Виета для квадратного трехчлена.

Квадратный трехчлен, его свойства.

Доказательство теоремы Безу для многочленов, ее использование при решении задач. Понятие асимптотики на примере зависимости поведения многочлена от знака его старшего коэффициента. Теорема Виета.

2. Функциональные зависимости

Линейная функция. Свободный член и угловой коэффициент, их геометрический смысл. График линейной функции. Точки с целочисленными координатами на прямой. Использование свойств линейной функции при решении нестандартных задач.

Квадратичная функция. Геометрический смысл коэффициентов. График квадратичной функции.

Использование свойств непрерывности графиков функций для решения задач.

Распознавание функций по их свойствам и значениям. Интерполяционные многочлены.

3. Неравенства и оценки

Доказательство неравенств. Неотрицательность квадрата числа. Выделение полных квадратов. Неравенство о средних арифметическом и

геометрическом для двух чисел. Неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведений.

Сведение неравенств к уже известным. Неравенства о средних для двух чисел.

Транснеравенство, неравенство Чебышева. Симметрические и циклические неравенства.

Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Способы его доказательства. Лемма Титу.

Общий случай неравенства о средних. Метод Штурма доказательства неравенств. Доказательство классических неравенств с помощью метода Штурма.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

Алгоритм Евклида. Свойства НОД и НОК. Теорема о линейном представлении НОД, ее использование для нахождения частного решения линейных диофантовых уравнений.

Нелинейные уравнения в целых, неотрицательных, натуральных числах. Использование степеней вхождения простых чисел. Метод бесконечного спуска. Использование сравнений по модулю. Применение разложения на множители, выделения полного квадрата, других ФСУ.

Мультипликативные функции. Функция Эйлера, простейшие примеры вычисления функции. Связь с МТФ. Теорема Эйлера.

2. Остатки

Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9.

Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Вопрос о делении сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам.

Решение сравнений через сведение к линейным диофантовым уравнениям. Решение линейных диофантовых уравнений.

Малая теорема Ферма. Доказательство через остатки произведений при делении на p . Доказательство по индукции. Теорема Вильсона. Применение МТФ и теоремы Вильсона в задачах теории чисел.

Теория чисел на окружности. Первообразный корень. Порядок (показатель) числа по модулю, его свойства. Классы вычетов. Доказательство МТФ через показатели. Доказательство МТФ через системы вычетов.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

Приемы решения логических задач на оценку и пример. Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы. Отрицание логического следования.

Использование принципа крайнего при решении логических задач. Логические формулы, их использование для построения отрицаний. Законы де Моргана. Таблицы истинности.

Графы в логических задачах. Примеры комбинированных логических задач, связанных с другими областями математики.

2. Принципы решения задач

Принцип узких мест как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений (в том числе в комбинации с другими методами, такими как метод «от противного»). Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду, упорядочивание. Геометрический принцип крайнего.

Процессы. Инвариант как метод доказательства утверждений, выяснения результата процесса. Инварианты, связанные с теорией чисел (делимость, остатки). Инварианты в геометрических задачах. Раскраска как инвариант.

Полуинвариант, сравнение с инвариантом. Нахождение полуинварианта как метод доказательства конечности процесса. Сумма и произведение чисел как полуинвариант. Полуинварианты в комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задачах.

3. Алгоритмы и конструкции

Понятие о «жадном» алгоритме. «Жадный» алгоритм как метод построения примера, доказательства минимальности или максимальности. Использование «жадного» алгоритма при постепенном конструировании. Отклонение от «жадности».

Составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма. Связь с системами счисления. Примеры таких алгоритмов в задачах на взвешивания, угадывание, в задачах на клетчатых досках.

Обобщение методов доказательства невозможности построения алгоритма при определенных условиях. Оценка сложности алгоритмов.

4. Игры и стратегии

Стратегия предварительного разбиения ходов на пары в математических играх для двух игроков, связь с темой «Соответствия». Разбиение на пары во время игры. Стратегии создания «заповедников».

Неконструктивное доказательство существования стратегии.

Игры на графах. Использование двоичной системы счисления в теории игр. Игра Ним.

VI. КОМБИНАТОРИКА

1. Комбинаторика

Размещения с повторениями и их использование при решении задач. Размещения без повторений. Вывод формулы и ее запись в виде отношения факториалов.

Число сочетаний и его связь с числом размещений. Вывод формулы. Комбинаторное и алгебраическое доказательства равенств для числа сочетаний.

Свойства чисел сочетаний. Вывод формулы шаров и перегородок. Взаимно однозначные соответствия в комбинаторике. Идея кодирования задач. Комбинаторные задачи с множествами.

Бином Ньютона, треугольник Паскаля, связь между ними. Их применение при решении задач.

2. Теория множеств

Формула включений-исключений для трех множеств.

Обобщение формулы включений-исключений на несколько множеств. Комбинаторное доказательство. Применение формулы включений-исключений при решении задач комбинаторной геометрии.

Индукционное доказательство формулы включений-исключений. Использование изоморфизма множеств для упрощения подсчета числа вариантов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

Разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу. Разбиение досок на части для доказательства оценок. Подсчет общего количества разбиений.

Определение правильных вершинной и реберной раскрасок. Двудольный граф как пример графа, раскрашиваемого в два цвета.

Хроматическое число графа. Планырные (плоские) графы, их связь с картами. Проблема четырех красок. Формула Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах. Дерево, его определения и свойства. Зависимость минимального количества ребер в графе от числа компонент связности.

Двудольные графы. Критерий двудольности.

Выделение остовного дерева. Подвешивание графа. Дополнительный граф. Использование графов в теории чисел, комбинаторной геометрии.

Ориентированные графы, их свойства и область применения.

Критерий существования эйлерава пути, эйлерава цикла в графе. Разбиение произвольного графа в объединение простых путей и непересекающихся циклов. Гамильтонов путь, гамильтонов цикл в графе. Существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе. Примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

Раскраски плоскости с определенными свойствами. Задачи о нахождении одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии. Раскраски паркетов. Раскраска объемных фигур.

Определение выпуклого множества. Различные определения выпуклых многоугольников, их эквивалентность. Понятие о триангуляции. Лемма о диагонали. Триангуляция произвольного многоугольника. Доказательство

формулы суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника. Связь триангуляций с деревьями. Лемма о наличии в триангуляции двух треугольников с двумя сторонами, совпадающими со сторонами многоугольника.

Опорная прямая многоугольника. Выпуклая оболочка системы точек. Построение выпуклой оболочки. Использование при решении задач и доказательстве утверждений.

ПЛАНИРУЕМЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты, достигаемые учащимися 7-9 классов в олимпиадной математике, включают развитие критического мышления, настойчивости, целеустремленности, любознательности, способности к саморазвитию и самообразованию. Это также формирование гражданской идентичности, уважения к науке, инициативности, ответственного отношения к учению и умения преодолевать трудности в решении нестандартных задач.

Познавательные качества:

- критичность мышления: способность анализировать, оценивать и делать выводы;
- любознательность и инициатива: интерес к новым знаниям и желание активно участвовать в процессе решения задач;
- находчивость и сообразительность: способность быстро находить нестандартные решения, в том числе в проблемных и эвристических ситуациях;
- целеустремленность: способность ставить цели и достигать их, преодолевая трудности.

Мотивация и саморегуляция:

- ответственное отношение к учению: готовность к саморазвитию и самообразованию;
- самостоятельность: способность принимать решения и действовать без посторонней помощи;
- преодоление трудностей: умение справляться с вызовами и не сдаваться при возникновении сложностей.

Гражданская и социальная позиция:

- гражданская идентичность: формирование патриотизма и уважения к Отечеству и его научным достижениям;
- интеллектуальная честность: объективность в оценке результатов своей и чужой работы.

Развитие творческих способностей:

- математическое творчество: развитие интереса к нестандартным задачам и способности мыслить творчески;
- умственный эксперимент: способность выдвигать гипотезы и проверять их в мыслительной деятельности.

Таким образом, занятия олимпиадной математикой в 7-9 классах направлены не только на приобретение знаний и умений, но и на формирование комплекса личностных качеств, важных для успешной учебы и жизни в современном обществе.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Метапредметные результаты в олимпиадной математике для 7-9 классов включают развитие таких универсальных учебных действий, как познавательные (умение работать с информацией, строить логические цепочки, делать выводы), коммуникативные (аргументировать свою точку зрения, слушать и понимать собеседника) и регулятивные (ставить цели, планировать деятельность, контролировать себя) навыки. Олимпиадная математика развивает нестандартное мышление, способность решать сложные задачи и достигать высоких результатов, что и является ключевым метапредметным результатом.

Познавательные универсальные учебные действия:

- навыки работы с информацией: умение извлекать, анализировать и синтезировать информацию из различных источников (условия задачи, графики, схемы);
- логическое мышление: способность строить последовательные логические рассуждения, находить закономерности, делать обоснованные выводы;
- моделирование: умение строить математические модели, которые помогают решать реальные задачи;
- решение нестандартных задач: развитие креативного мышления, умения находить оригинальные пути решения задач, выходящих за рамки стандартных алгоритмов.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- аргументация: умение четко и ясно излагать свою точку зрения, аргументировать свои действия и выводы;
- взаимодействие: способность работать в команде, слушать и понимать аргументы других, совместно решать задачи.

Регулятивные универсальные учебные действия:

- саморегуляция: умение планировать свою работу, ставить цели, контролировать процесс решения задачи и оценивать результат;
- настойчивость и усидчивость: способность преодолевать трудности, искать решения, несмотря на неудачи, и доводить задачу до конца.

Развитие метапредметных результатов:

- нестандартный подход: олимпиадная математика заставляет мыслить шире, чем просто решать типовые задачи, и искать новые, оригинальные подходы;
- комплексное решение задач: учащиеся учатся применять знания из разных разделов математики для решения одной сложной задачи, что развивает интегративное мышление;
- работа с различными источниками: задачи могут требовать анализа информации из графиков, таблиц и других не всегда очевидных источников;

- практическая значимость: хотя олимпиады часто абстрактны, они развивают навыки, применимые в реальной жизни, помогая находить логические решения в различных ситуациях.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в седьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- вычислять длинные суммы способом «телескопического суммирования»;
- использовать формулы сокращенного умножения, разложения многочленов на множители для вычисления сумм.

2. Числа и их свойства

- использовать свойства рациональных чисел при решении нестандартных задач;
- строить конструкции с рациональными числами.

3. Закономерности

- обобщать числовую задачу на задачу с переменной;
- составлять и доказывать формулы числовых закономерностей в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью перехода в движущуюся систему координат;
- учитывать протяженность объектов в задачах на движение;
- изображать схемы к нестандартным задачам на движение по реке и задачам, которые описывают схожий тип движения.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- решать задачи на построение с использованием соображений симметрии;
- решать нестандартные задачи на нахождение ГМТ (геометрического места точек).

2. Площади

- доказывать и применять формулу площади произвольного треугольника;
- вычислять площади неклечатых фигур с помощью разрезания на элементарные части (прямоугольники и треугольники).

3. Геометрические неравенства

- использовать осевую симметрию при доказательстве геометрических неравенств;
- решать задачу о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой и касающегося этой прямой.

4. Аналитические методы в геометрии

- доказывать теорему Пифагора с помощью метода дополнения и алгебраических интерпретаций;
- применять теорему Пифагора при решении задач на разрезание.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- применять способы разложения многочленов на множители при решении нестандартных алгебраических задач;
- использовать формулы сокращенного умножения для решения таких задач;
- применять метод замены числовых значений переменными для упрощения числовых выражений.

2. Функциональные зависимости

- применять свойства линейной функции при решении нестандартных задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать арифметические свойства неравенств и применять их при решении задач;
- доказывать неравенства с помощью выделения полных квадратов;
- доказывать и применять неравенство Коши (о среднем арифметическом и среднем геометрическом для двух чисел);
- использовать в доказательстве неравенств метод разбиения одночленов на слагаемые, прибавления и вычитания некоторого одночлена;
- доказывать и применять неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- обосновывать корректность алгоритма Евклида и применять его при решении числовых задач, задач о делимости;
- доказывать и применять свойства НОД и НОК;
- доказывать теорему о линейном представлении НОД;
- решать линейные уравнения в целых числах.

2. Остатки

- ограничивать множество возможных решений текстовых задач, уравнений в целых числах с помощью перебора по остаткам;
- составлять таблицы возможных остатков квадратов, кубов чисел;
- использовать свойства сравнений по модулю при решении задач;
- решать сравнения с помощью сведения к линейным уравнениям в целых числах.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- использовать дополнительную раскраску и разбиение на группы для решения логических задач на оценку и пример;

- строить отрицание логического следования.

2. Принципы решения задач

- применять принцип «узких мест» для конструирования примеров и доказательства утверждений;

- использовать идею упорядочивания числовых рядов по возрастанию/убыванию, рассмотрения наибольшего или наименьшего числа в ряду для конструирования примеров и доказательства утверждений;

- применять геометрический принцип крайнего.

3. Алгоритмы и конструкции

- использовать «жадный» алгоритм для составления примеров, доказательства максимальности или минимальности;

- применять «жадный» алгоритм при последовательном конструировании;

- приводить примеры задач, в которых «жадный» алгоритм не дает оптимальный ответ.

4. Игры и стратегии

- конструировать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на предварительном разбиении ходов на пары;

- разрабатывать стратегии в математических играх для двух игроков, основанные на создании «заповедников».

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- находить число способов размещения с повторениями и без повторений;

- выводить формулу для числа размещений в виде произведения и в виде отношения факториалов;

- находить число сочетаний;

- выводить формулу для числа сочетаний;

- различать ситуации, в которых нужно подсчитать число размещений и число сочетаний;

- доказывать равенства для чисел сочетаний алгебраически и комбинаторно;

- решать задачи на подсчет количества способов, связанные с числом размещений и сочетаний.

2. Теория множеств

- выводить и использовать формулу включений-исключений для трех множеств.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- применять разбиение на группы объектов двух типов, расположенных по кругу;

- использовать метод разбиения досок на непересекающиеся части для доказательства оценок;

- решать задачи с помощью усреднения (с подсчетом общего числа разбиений).

2. Теория графов

- использовать свойства связности, понятие компонент связности графа при решении задач;

- применять графы-деревья для решения задач;
- использовать двудольные графы и их свойства для решения задач.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать свойства раскрасок плоскости;
- решать задачи о существовании одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии на плоскости;
- строить правильные раскраски паркетов;
- решать задачи о правильной раскраске объемных фигур.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера-Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

К концу обучения в восьмом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- работать с рекуррентными соотношениями;
- выделять и доказывать закономерности, связанные с рядом Фибоначчи;

- доказывать свойства чисел Фибоначчи, связанные с суммированием.

2. Числа и их свойства

- доказывать иррациональность чисел вида n , где n – натуральное число, не являющееся точным квадратом;
- доказывать иррациональность чисел, являющихся суммой таких чисел;
- использовать свойства сопряженных чисел при решении задач;
- применять свойства рациональности и иррациональности суммы, разности, произведения и частного иррациональных чисел;
- доказывать свойства периодических и непериодических десятичных дробей, связанные с конечностью и бесконечностью повторения цифр.

3. Закономерности

- составлять формулы закономерностей;
- доказывать алгебраические равенства и формулы закономерностей с помощью метода математической индукции;
- применять метод математической индукции в случае, когда шаг индукции отличен от 1.

4. Время и движение

- решать задачи на движение с помощью введения нескольких переменных и дальнейшего рационального решения получающейся линейной или нелинейной системы уравнений;
- применять известные неравенства (неравенство Коши, неравенство Штурма) при решении сложных задач на движение.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- применять дополнительные построения при решении геометрических задач (удвоение медианы, откладывание равного отрезка на продолжении стороны («спрямление»), построение середины отрезка, проведение высот, вспомогательной окружности).

2. Площади

- вычислять площади фигур с помощью приема трансформации площадей;
- доказывать равенство площадей фигур с помощью приема трансформации площадей.

3. Геометрические неравенства

- доказывать и использовать при решении задач неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника);
- доказывать и применять при решении задач теорему о монотонности периметра.

4. Аналитические методы в геометрии

- применять метод координат для решения геометрических задач;
- использовать векторы и их свойства в геометрических задачах на доказательство.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять при решении задач свойства многочленов с целыми коэффициентами;

- использовать теорему Виета для решения нестандартных задач;
- применять свойства квадратного трехчлена при решении задач.

2. Функциональные зависимости

- применять геометрический смысл коэффициентов квадратного трехчлена, график квадратного трехчлена для решения задач;

- исследовать относительное расположение графиков квадратных трехчленов с определенными свойствами;

- находить максимальное/минимальное значение квадратичной функции;

- использовать симметричность графика квадратичной функции относительно прямой, проходящей через вершину параболы.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять транснавенство для доказательства неравенств;

- доказывать и применять неравенство Чебышева;

- определять свойства неравенств, связанные с перестановками переменных (симметрические, циклические неравенства);

- использовать метод упорядочивания переменных при доказательстве неравенств;

- доказывать и использовать неравенство Коши-Буняковского-Шварца при доказательстве неравенств;

- выводить и применять лемму Титу.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- использовать понятие степеней вхождения простых чисел для решения нелинейных уравнений в натуральных, целых, целых неотрицательных числах;

- применять метод бесконечного спуска в доказательствах «от противного»;

- использовать соображения делимости при решении нелинейных уравнений в целых числах.

2. Остатки

- доказывать малую теорему Ферма с помощью рассмотрения остатков произведений при делении на p и с помощью метода математической индукции;

- применять малую теорему Ферма для решения теоретико-числовых задач;

- доказывать и применять в задачах теорему Вильсона.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- применять принцип крайнего при решении логических задач;

- строить логические формулы и использовать их для построения отрицаний сложных высказываний;

- решать логические задачи со сложными высказываниями;
- применять законы де Моргана;
- строить таблицы истинности.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие инварианта в процессе;
- применять инвариант для доказательства общих утверждений о ходе процесса, для выяснения результата процесса;

- находить и применять инварианты, связанные с делимостью и остатками;

- применять инвариант при решении геометрических задач.

3. Алгоритмы и конструкции

- составлять алгоритмы, не зависящие от промежуточных результатов работы, и обосновывать их корректность;

- применять кодировку числами других систем счисления при построении алгоритмов взвешиваний, угадывания, на клетчатых досках и для доказательства невозможности составления алгоритма с меньшим числом действий.

4. Игры и стратегии

- доказывать существование стратегии в математической игре для двух игроков без приведения самой стратегии.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять метод «шаров и перегородок» при решении комбинаторных задач;

- строить взаимно однозначные соответствия между комбинаторными задачами;

- решать задачи о подсчете количества множеств и подмножеств с определенными свойствами.

2. Теория множеств

- выводить комбинаторным способом и использовать формулу включений-исключений для нескольких множеств.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- строить правильные реберные и вершинные раскраски, доказывать возможность их построения для графа с определенными свойствами.

2. Теория графов

- использовать метод выделения островного дерева для решения задач теории графов;

- применять метод «подвешивания» графа за вершину для доказательства утверждений теории графов;

- использовать дополнительный граф, рассмотрение «антиребер» при решении задач;

- применять графы в задачах теории чисел, комбинаторной геометрии.

3. Комбинаторная геометрия

- доказывать эквивалентность определений выпуклого многоугольника;
- доказывать возможность триангуляции выпуклого многоугольника;
- доказывать и применять лемму о диагонали;
- выводить и применять формулы суммы градусных мер внутренних и внешних углов многоугольника;
- использовать графы-деревья при решении задач о триангуляции многоугольников.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера-Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

К концу обучения в девятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. Суммы

- применять свойства арифметической, геометрической прогрессии при решении задач;
- решать задачи с произвольными рекуррентными соотношениями.

2. Числа и их свойства

- применять свойства рациональности и иррациональности в алгебраических, геометрических задачах;

- доказывать невозможность построения правильных многоугольников с вершинами в узлах сетки.

3. Закономерности

- строить доказательства методом математической индукции с более сложными схемами;
- приводить примеры неверного применения метода математической индукции;
- применять метод математической индукции для решения геометрических, комбинаторных, комбинаторно-геометрических, теоретико-числовых задач.

4. Время и движение

- сводить текстовые задачи (на движение, совместную работу и т. д.) к линейным и нелинейным системам с несколькими переменными.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление

- доказывать свойства движений и применять их при решении задач (центральная, осевая, скользящая симметрия, поворот, параллельный перенос);
- доказывать свойства гомотетии, поворотной гомотетии и применять их при решении задач.

2. Площади

- доказывать методом математической индукции формулу Пика для вычисления площадей многоугольников с вершинами в узлах сетки;
- применять формулу Пика при решении задач.

3. Геометрические неравенства

- рассматривать различные случаи в геометрических задачах (в том числе при дополнительном построении).

4. Аналитические методы в геометрии

- применять теоремы синусов и косинусов в доказательствах.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам

- доказывать и применять теорему Безу для многочленов;
- использовать понятие асимптотики при решении задач;
- применять теорему Виета для многочленов n степени.

2. Функциональные зависимости

- решать задачи распознавания функций по их свойствам и значениям;
- выводить интерполяционный многочлен в форме Лагранжа;
- использовать интерполяцию при решении задач.

3. Неравенства и оценки

- доказывать и применять неравенство о средних для n чисел;
- применять метод Штурма для доказательства неравенств.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость

- вычислять функцию Эйлера для некоторых чисел;
- доказывать теорему Эйлера и применять ее при решении задач.

2. Остатки

- использовать понятие первообразного корня при решении задач;
- применять порядок (показатель) числа по модулю и его свойства при решении задач;
- доказывать малую теорему Ферма с помощью показателей;
- использовать классы вычетов при доказательстве утверждений.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика

- решать логические задачи, связанные с теорией графов и другими областями математики.

2. Принципы решения задач

- фиксировать и доказывать наличие полуинварианта в процессе;
- применять инвариант для доказательства конечности процесса;
- применять инвариант при решении задач комбинаторной геометрии, теории графов, геометрических задач.

3. Алгоритмы и конструкции

- доказывать невозможность построения алгоритма при определенных условиях;
- оценивать сложность алгоритмов.

4. Игры и стратегии

- конструировать стратегии для игр на графах;
- использовать двоичную систему счисления в задачах теории игр.

VI. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика

- применять бином Ньютона, треугольник Паскаля при решении задач.

2. Теория множеств

- доказывать формулу включений-исключений с помощью метода математической индукции;
- применять взаимно однозначное соответствие множеств для упрощения подсчета количества вариантов.

VII. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения

- вычислять хроматическое число некоторых графов;
- доказывать планарность графов;
- доказывать и применять теорему Эйлера для связного плоского графа.

2. Теория графов

- доказывать и применять критерии существования эйлера пути и эйлера цикла в графе;
- решать задачи о поиске гамильтонова пути и цикла в графе;
- использовать ориентированный граф как модель;

- доказывать существование гамильтонова пути в полном ориентированном графе;

- приводить примеры графов без гамильтоновых циклов.

3. Комбинаторная геометрия

- использовать опорную прямую многоугольника при решении задач;
- доказывать существование выпуклой оболочки множеств;
- использовать выпуклую оболочку для решения задач и доказательства утверждений.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, внетекстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (график на координатной плоскости, схема, таблица, диаграмма Эйлера-Венна, граф, уравнение, неравенство);
- выбирать общий подход к решению задачи;
- при необходимости корректировать ход решения задачи в процессе ее решения;
- конструировать собственный способ решения задачи;
- применять общие принципы решения задач (анализ «узких мест», принцип крайнего, масштабирование задачи, индуктивные рассуждения);
- формулировать и доказывать необходимые вспомогательные свойства (леммы);
- проверять решение задачи на соответствие условиям и требованиям, непротиворечивость математическому и жизненному опыту;
- излагать решение задачи в письменной и устной форме.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Основное содержание
1	Формулы числовых закономерностей. Логические задачи	4	Обобщение числовой задачи на задачу с переменным количеством элементов. Формулы числовых закономерностей. Введение формул закономерностей при подсчете количества объектов в арифметических, геометрических, логических и комбинаторных задачах. Решение логических задачи на оценку и пример. Доказательства, использующие раскраску объектов и разбиение на группы (геометрический принцип Дирихле). Отрицание логического следования
2	Формулы площади треугольника. Алгоритм Евклида. Узкие места. Мощность множеств	5	Вывод формулы площади произвольного треугольника с вершинами в узлах сетки. Вывод формулы площади произвольного треугольника с помощью метода дополнения. Вычисление площадей фигур с помощью разрезов на элементарные части (прямоугольники и треугольники). Алгоритм Евклида, свойства НОД и НОК. Их использование при решении задач. Принцип крайнего (узких мест) как инструмент конструирования примеров, доказательства утверждений (в том числе в комбинации с другими методами, такими как метод «от противного»). Элементы геометрического принцип крайнего. Формула включений-исключений для трех множеств
3	Сравнения по модулю. Телескопическое суммирование. Рациональные числа. Раскраски	5	Перебор по остаткам. Остатки квадратов при делении на 3, 4, 5, 7, 8, 9. Сравнения по модулю. Свойства сравнений. Вопрос о делении сравнений. Сравнения как удобный метод записи перебора по остаткам. Суммы с переменными пределами. Идея метода телескопического суммирования при вычислении сумм. Определение рационального числа. Доказательство рациональности периодических дробей. Конструкции с рациональными числами. Использование различных раскрасок в два и более цвета при решении задач на клетчатых досках и других задач. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска

4	Неравенство треугольника и дополнительные построения. Принцип крайнего и упорядочивание. Деревья. «Жадные» алгоритмы	5	Использование дополнительных построений при доказательстве геометрических неравенств. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя точками, находящимися по одну сторону от заданной прямой, касающегося этой прямой. Более сложные задачи о кратчайших путях, использующие симметрию и неравенство треугольника. Рассмотрение наибольшего или наименьшего числа в ряду. Упорядочивание ряда чисел. Связность графа, компоненты связности. Циклы в графах. Дерево, его определения и свойства. Зависимость минимального количества ребер от числа компонент связности. «Жадный» алгоритм как метод построения примера, доказательства минимальности или максимальной. «Жадный» алгоритм как метод при постепенном конструировании. Отклонение от «жадности»
5	Размещения и сочетания. Раскраска плоскости и ее части. Стратегия разбиения на пары. Линейные диофантовы уравнения	5	Размещения с повторениями и их использование при решении задач. Размещения без повторений. Вывод формулы и ее запись в виде отношения факториалов. Число сочетаний и его связь с числом размещений. Вывод формулы. Комбинаторное и алгебраическое доказательства равенств для числа сочетаний. Раскраски плоскости с определенными свойствами. Задачи о нахождении одноцветных и разноцветных точек на определенном расстоянии. Раскраски паркетов. Раскраска объемных фигур. Развитие представлений о стратегиях в математических играх. Стратегия предварительного разбиения ходов на пары, связь с темой «Соответствия». Разбиение на пары во время игры. Стратегии создания «заповедников». Теорема о линейном представлении НОД, ее использование для нахождения частного решения линейных диофантовых уравнений. Решение сравнений через сведение к линейным диофантовым уравнениям
6	Формулы сокращенного умножения. Задачи на построение. Относительное движение. Неравенство Коши	5	Использование формул сокращенного умножения (разность квадратов, кубов) при вычислении сумм. Использование методов разложения многочленов на множители. Решение нестандартных задач на построение, нахождение ГМТ. Использование симметрии в задачах на построение. Построение кратчайших

			путей. Биссектрисы, серединные перпендикуляры как ГМТ. Переход в систему координат, связанную с одним из объектов, движущимся по прямой или по окружности. Движение мимо протяженных объектов. Движение по реке. Задачи о двигающемся Эскалаторе. Доказательство неравенств. Неотрицательность квадрата числа. Выделение полных квадратов. Неравенство о средних арифметическом и геометрическом для двух чисел. Неравенство о сумме квадратов трех чисел и их попарных произведениях.
7	Линейная функция. Двудольные графы	3	Линейная функция. Свободный член и угловой коэффициент, их геометрический смысл. График линейной функции. Точки с целочисленными координатами на прямой. Использование свойств линейной функции при решении нестандартных задач (например, исследование соотношения между шкалами Цельсия и Фаренгейта). Двудольные графы. Критерий двудольности.
8	Повторение. Подведение итогов	2	Повторение. Представление «любимых» задач по всем темам
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	

8 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Основное содержание
1	Логические формулы. Числа Фибоначчи. Задачи с несколькими переменными. Линейная функция	6	Задачи на повторение, алгоритм решения задачи. Логические задачи, требующие построения отрицаний сложных высказываний, придумывания различающих вопросов. Задачи, в которых возникает последовательность Фибоначчи. Задачи на движение, требующие введения нескольких переменных; использование неравенства Коши для двух чисел. Задачи о свойствах линейной функции и ее графике
2	Инвариант. Симметрия и	5	Задачи на нахождение инварианта в процессе; задачи на инварианты,

	дополнительные построения. Метод математической индукции. Принцип крайнего в логических задачах		связанные с теорией чисел (делимость, остатки). Задачи на дополнительные построения в геометрических задачах (симметрия, «спрямление»).Формальное введение метода математической индукции. База, шаг индукции. Задачи на доказательство алгебраических равенств (формул закономерностей). Логические задачи, использующие идею принципа крайнего; логические задачи на оценку и пример
3	Иррациональные числа. Существование стратегии. Нелинейные уравнения в целых числах. Разбиение	5	Задачи на изучение иррациональных чисел, свойств арифметического квадратного корня. Игры с более сложными стратегиями. Передача хода. Неконструктивное доказательство существования стратегии. Использование теоретико-числовых знаний (степеней вхождения простых чисел (пример: доказательство иррациональности числа $\sqrt{2}$, метода бесконечного спуска, остатков от деления) при решении нелинейных уравнений в целых числах. Задачи с использованием раскрасок и дополнительных разбиений досок на части для доказательства оценок
4	Квадратный трехчлен в алгебре и геометрии. Многочлены. Неравенство ломаной и «резинки». Алгоритмы «по плану»	6	Задачи на исследование алгебраических свойств квадратного трехчлена. Задачи на неравенство ломаной (обобщение неравенства треугольника), теорема о монотонности периметра. Задачи на составление алгоритмов, работающих вне зависимости от промежуточных результатов работы алгоритма (на примере задач на взвешивание, угадывание, на клетчатых досках). Задачи на исследование геометрических свойств квадратного трехчлена. Свойства многочленов с целыми коэффициентами, решение нелинейных уравнений в целых числах с применением алгебраических методов (разложения на множители, ФСУ, выделения полного квадрата)
5	Метод математической индукции. Эйлеровы и гамильтоновы пути. Вычеты. Формулы Пика	5	Примеры применения метода математической индукции в неалгебраических задачах. Задачи об эйлеровых и гамильтоновых путях в графах. Теоретико-числовые задачи на окружности, первообразный корень, порядок (показатель) числа по модулю. Задачи, приводящие к формуле Пика

6	Неравенство о средних. Транснеравенство. Число сочетаний. Шары и перегородки. Формула включений-исключений. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Выпуклость. Выпуклая оболочка	6	Задачи на неравенства о средних, транснеравенство. Задачи о свойствах биномиальных коэффициентов, на взаимно-однозначные соответствия в комбинаторике. Комбинированные комбинаторные задачи, задачи о «шарах и перегородках». Формула включений-исключений для двух, трех, четырех множеств, ее обобщение на несколько множеств. Числовые и комбинаторно-геометрические задачи, использующие формулу включений-исключений. Задачи на неравенства Коши-Буняковского-Шварца, лемму Титу. Определение выпуклого множества. Эквивалентность различных определений выпуклых многоугольников. Выпуклая оболочка системы точек и ее использование в задачах
7	Повторение. Подведение итогов	1	Повторение. Представление «любимых» задач по всем темам
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	

9 КЛАСС

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов	Основное содержание
1	Задачи, сводящиеся к системам уравнений. Треугольник Паскаля. Графы и логика. Полуинвариант	6	Задачи на повторение. Текстовые задачи, сводящиеся к решению систем линейных и нелинейных уравнений. Задачи, связанные с треугольником Паскаля. Логические задачи, связанные с другими областями математики (графы, теория чисел). Задачи о процессах, в которых есть полуинвариант (величина, значение которой монотонно изменяется в ходе процесса)
2	Индукция в неалгебраических задачах. Движения плоскости. Распознавание функций. Геометрический метод	5	Задачи на ММИ с более сложными схемами. Примеры неправильного использования ММИ. Применение ММИ в неалгебраических задачах. Задачи на использование движений плоскости. Теорема Шаля. Задачи на восстановление функций по значениям. Применение

	доказательства неравенств		интерполяционного многочлена Лагранжа. Доказательство алгебраических неравенств с помощью перехода к соответствующим геометрическим задачам
3	Эйлеровы пути и циклы. Игры и двоичная система. Гомотетия. Функция и теорема Эйлера	5	Задачи на использование критериев существования эйлера пути, эйлера цикла в графе, разбиение графа в объединение простых путей и циклов. Стратегии, получаемые с помощью двоичной системы счисления. Игра Ним. Применение гомотетии при решении задач. Задачи на применение функции Эйлера и ее свойств (значения для простых чисел, мультипликативность), теоремы Эйлера
4	Прогрессии. Рекуррентные соотношения. Формула Пика. Приложения иррациональных чисел. Гамильтоновы пути и циклы. Вычеты и показатели	6	Задачи на последовательности, прогрессии, рекуррентные соотношения. Доказательство формулы Пика. Индукция в комбинаторно-геометрических задачах. Задачи на применение формулы Пика. Алгебраические и геометрические задачи с иррациональностями. Задачи на использования критериев существования гамильтонова пути и цикла в графе. Примеры графов без гамильтоновых циклов. Гамильтоновы пути в ориентированных графах. Задачи с использованием порядка (показателя) числа по модулю, его свойства. Классы вычетов. Доказательство МТФ через показатели, системы вычетов
5	Неравенство о средних для нескольких чисел. Хроматическое число графа. Теорема Безу. Неравенства. Метод Штурма	5	Доказательство неравенства о средних для нескольких чисел с использованием ММИ и его использование при доказательстве неравенств. Задачи с использованием понятия хроматического числа графа. Задачи на использование теоремы Безу, теоремы Виета для уравнений высших степеней. Понятие асимптотики на примере зависимости поведения многочлена от знака его старшего коэффициента. Использование метода Штурма для доказательства неравенств
6	Изоморфизм множеств и задач. Бином Ньютона. Планарные графы и формула Эйлера. Теоремы синусов и теоремы косинусов. Выпуклая оболочка	6	Использование понятие изоморфизма множеств для упрощения подсчета числа вариантов. Задачи с использованием бинома Ньютона. Задачи с планарными графами, применение формулы Эйлера для связного планарного графа. Применение теоремы синусов и теоремы косинусов при решении геометрических задач. Задачи на использование опорной прямой многоугольника, выпуклой

			оболочки системы точек
7	Повторение. Подведение итогов	1	Повторение. Представление «любимых» задач по всем темам
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

7 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	От закономерности – к формуле	1			
2	Доказательства «от противного»	1			
3	Логика. Оценка и пример	1			
4	Практическая работа №1	1		1	
5	Формула площади треугольника	1			
6	Алгоритм Евклида	1			
7	Узкие места	1			
8	Мощность множеств	1			
9	Практическая работа №2	1		1	
10	Сравнения по модулю	1			
11	Телескопическое суммирование	1			
12	Рациональные числа	1			

13	Раскраски	1			
14	Практическая работа №3	1		1	
15	Неравенство треугольника и дополнительные построения	1			
16	Принцип крайнего и упорядочивание	1			
17	Деревья	1			
18	«Жадные» алгоритмы	1			
19	Практическая работа №4	1		1	
20	Размещения и сочетания	1			
21	Раскраска плоскости и ее части	1			
22	Стратегия разбиения на пары	1			
23	Линейные диофантовы уравнения	1			
24	Практическая работа №5	1		1	
25	Формулы сокращенного умножения	1			
26	Задачи на построение	1			
27	Относительное движение	1			
28	Неравенство Коши	1			

29	Практическая работа №6	1		1	
30	Линейная функция	1			
31	Двудольные графы	1			
32	Практическая работа №7	1		1	
33	Повторение	1			
34	Подведение итогов	1			
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	7	

8 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Повторение	1			
2	Логические формулы	1			
3	Числа Фибоначчи и их применение	1			
4	Слишком много переменных	1			
5	Линейная функция. Повторение	1			

6	Практическая работа №1	1		1	
7	Инвариант	1			
8	Симметрия и дополнительные построения	1			
9	Метод математической индукции. Введение	1			
10	Принцип крайнего в логических задачах	1			
11	Практическая работа №2	1		1	
12	Иррациональные числа	1			
13	Существование стратегии	1			
14	Нелинейные уравнения в целых числах	1			
15	Разбиение	1			
16	Практическая работа №3	1		1	
17	Квадратный трехчлен. Алгебра	1			
18	Неравенство ломаной и «резинки»	1			
19	Алгоритмы «по плану»	1			
20	Квадратный трехчлен. Геометрия	1			

21	Многочлены и их свойства	1			
22	Практическая работа №4	1		1	
23	Метод математической индукции	1			
24	Эйлеровы и гамильтоновы пути	1			
25	Вычеты	1			
26	Формулы Пика	1			
27	Практическая работа №5	1		1	
28	Неравенство о средних. Транснеравенство	1			
29	Число сочетаний. Шары и перегородки	1			
30	Формула включений-исключений	1			
31	Неравенство Коши-Буняковского-Шварца	1			
32	Выпуклость. Выпуклая оболочка	1			
33	Практическая работа №6	1		1	
34	Подведение итогов	1			
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	6	

9 КЛАСС

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Электронные цифровые образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Повторение	1			
2	Задачи, сводящиеся к системам уравнений	1			
3	Треугольник Паскаля	1			
4	Графы и логика	1			
5	Полуинвариант	1			
6	Практическая работа №1	1		1	
7	Индукция в неалгебраических задачах	1			
8	Движения плоскости	1			
9	Распознавание функций	1			
10	Геометрический метод доказательства неравенств	1			
11	Практическая работа №2	1		1	
12	Эйлеровы пути и циклы	1			

13	Игры и двоичная система	1			
14	Гомотетия	1			
15	Функция и теорема Эйлера	1			
16	Практическая работа №3	1		1	
17	Прогрессии. Рекуррентные соотношения	1			
18	Формула Пика	1			
19	Приложения иррациональных чисел	1			
20	Гамильтоновы пути и циклы	1			
21	Вычеты и показатели	1			
22	Практическая работа №4	1		1	
23	Неравенство о средних для нескольких чисел	1			
24	Хроматическое число графа	1			
25	Теорема Безу	1			
26	Неравенства. Метод Штурма	1			
27	Практическая работа №5	1		1	
28	Изоморфизм множеств и задач	1			

29	Бином Ньютона	1			
30	Планарные графы и формула Эйлера	1			
31	Теоремы синусов и теоремы косинусов	1			
32	Выпуклая оболочка	1			
33	Практическая работа №6	1		1	
34	Подведение итогов	1			
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	0	6	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

1. Рабочая концепция одаренности: Федеральная целевая программа «Одаренные дети» / Под ред. Д. Б. Богоявленской, В. Д. Шадрикова. – М.: Министерство образования РФ, 2003.

(http://narfu.ru/school/deti_konchep.pdf)

2. Петерсон Л. Г. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография / Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева и др. – М.: Институт СДП, 2018.

3. Петерсон Л. Г. Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. – М.: АПК и ППРО; УМЦ «Школа 2000...», 2007.

4. Анисимов О. С. Методологический словарь для стратегов. Т. 1 / О. С. Анисимов. – М.: Энциклопедия управленческих знаний, 2004.

5. Анисимов О. С. Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления). – М.: Агро-Вестник, АМБ-агро, 2000.

6. Маслоу А. Мотивация и личность. – СПб.: Питер, 2006.

7. Гнеденко Б. В. Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе, 1991, № 4, с. 3-9.

8. Гингулис Э. Ж. Развитие математических способностей учащихся // Математика в школе, 1990, № 1, с. 14-17.

9. Агаханов Н. Х. Средовой подход как условие развития математически одаренных школьников / Н. Х. Агаханов // Вестник ТГПУ, 2013, № 1 (129), с. 120-124.

10. Мелик-Пашаев А. А. Проявление одаренности как норма развития // Психологическая наука и образование, 2014, Т. 19, № 4, с. 15-21.

11. Петерсон Л. Г., Абатурова В. В., Кубышева М. А. Система «выращивания» одаренности школьников: методологический аспект и практика // Профильная школа, 2016, № 2, с. 6-22.

12. Петерсон Л. Г., Кубышева М. А. Как научить учиться: технология деятельностного метода в системе непрерывного образования (детский сад — школа — вуз) // Педагогическое образование и наука, 2014, № 2, с. 52-58.

13. Петерсон Л. Г., Агаханова О. Н. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса (ступень I). – М.: Институт СДП, 2021.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

Институт СДП https://www.sch2000.ru/lessons/math_theatre/